

پرسش نامه

دور اول - آبان ۹۴



- نام گروه
- اعضای گروه

.....

.....

.....

.....



## درباره‌ی این مسابقه

در این مسابقه بر آن هستیم تا به کاربردهای ریاضی در زندگی روزمره بپردازیم. هدف ما در این مسابقه فقط استفاده از فرمول‌ها و یا تکنیک‌های ریاضی نیست، بلکه برای ما مهم این است که مسئله را دنبال کنید، به آن بیندیشید و در حد توان خود آن را حل کنید. در برخی از مسائل روزمره حل درست و غلطی وجود ندارد، بلکه حل بهتر و بدتر وجود دارد. در کنار خود حل، ارائه‌ی راه حل به طوری که برای افراد ذی‌ربط قابل فهم و به سادگی قابل اجرا باشد نیز مهم است. از سوی دیگر کارگروهی امتیاز ویژه‌ای خواهد داشت. بنابراین مهارت‌های زیادی در کنار حل مسئله هست که باید به آن پرداخته شود. حل مسئله‌ی واقعی ممکن است نیازمند وقت و وسائلی باشد که در دسترس شما نباشد، و در این‌جا نوعاً برای شروع، ساده‌سازی‌هایی انجام خواهد شد، اما همواره به خاطر داشته باشید که راه حل باید بتواند به مسئله‌ی واقعی تسری یابد.

## آن‌چه باید در نظر داشته باشید

- در پاسخی که می‌نویسید مطالب زیر را مد نظر داشته باشید:
- مطلبی که می‌نویسید بسیار مهم است، اما این که چه طور می‌نویسید و تا چه حد مطالب را گویا ارائه می‌کنید و نوشته‌ی شما چه قدر خوانا است، هم امتیاز بسیار زیادی دارد.
- خلاقیت شما برای ما ارزش زیادی دارد.
- عمق پاسخ شما و واقع‌گرایانه بودن جواب بسیار تعیین‌کننده است.
- در برخی بخش‌ها ممکن است لازم داشته باشید فروضی را اضافه کنید یا آنها را با توجه به شهردتان از دنیای بیرون تخمین بزنید. فرضیات خود را به طور صریح ذکر کنید.

# سامانه‌ی اتوبوس تندرو

از سال ۱۳۸۶ سامانه‌ی اتوبوس تندرو در تهران آغاز به کار کرد و امروز طول خطوط آن به بیش از ۱۰۰ کیلومتر می‌رسد و روزانه حدود ۲ میلیون نفر را جابه‌جا می‌کند. در این مسابقه سعی داریم به برخی جنبه‌های چنین سامانه‌ای بپردازیم.

## تکلیف اول: بی‌آرتی بهتر

در این سامانه تدابیری اندیشیده شده است تا مسافران با در نظر گرفتن مسایل ایمنی و ترافیکی، در مدت زمان کم‌تری نسبت به خطوط اتوبوس‌رانی شهری به مقصد برسند. برخی تفاوت‌های این سامانه با اتوبوس‌های معمول شهری برای عموم مردم مشخص است، برای مثال یک خط اختصاصی برای این اتوبوس‌ها در نظر گرفته می‌شود تا با مشکلات ترافیکی کم‌تری مواجه باشند. اما برخی تفاوت‌های کلیدی به راحتی دیده نمی‌شود. برای مثال در اتوبوس‌های شهری معمول، زمانی که هزینه‌ی مسافران در ایستگاه‌ها پرداخته می‌شود، اتوبوس ایستاده است. یعنی همه‌ی مسافران باید مدتی در هر ایستگاه صبر کنند تا مسافرانی که پیاده می‌شوند کرایه‌ی خود را به راننده بپردازند. در سامانه‌ی بی‌آرتی، پرداخت کرایه توسط افراد قبل از سوار شدن و خارج از اتوبوس در ایستگاه انجام می‌شود تا حرکت اتوبوس را کند نکند.

شما چه پیشنهادات عملی برای بهبود شبکه‌ی بی‌آرتی دارید؟

با ذهنی باز پاسخ دهید و همه‌ی جوانب را در نظر بگیرید. برای مثال ممکن است فردی بگوید برای افزایش ظرفیت بی‌آرتی، صندلی‌های بی‌آرتی را برداریم. این فرد باید این را نیز در نظر بگیرد که در این صورت، حتی در ساعات خلوت، تعداد اندک مسافران بی‌آرتی باید بایستند و جایی برای نشستن آن‌ها وجود نخواهد داشت! یا به عنوان مثال

دیگر، محل ایستگاه‌ها را در نظر بگیرید. هر مسافر دوست دارد که ایستگاه‌هایی در نزدیک‌ترین محل به مبدأ و مقصد او وجود داشته باشد. اما فاصله‌ی بین ایستگاه‌ها از نظر طراح سامانه‌ی اتوبوس‌های تندرو خیلی هم دلخواه نیست. درست است که اگر تعداد ایستگاه خیلی کم باشد، فاصله‌ی ایستگاه‌های اول و آخر هر مسافر تا مقصد یا مبدأ واقعی او ممکن است خیلی زیاد باشد، اما این فاصله را نباید خیلی کم نیز در نظر گرفت زیرا اتوبوس قبل از این که خیلی جابه‌جا شده باشد، دوباره باید بایستد و بنابراین خیلی دیر به مقصد می‌رسد.

## تکلیف دوم: بی آر تی بین کدام دو ایستگاه شلوغ‌تر است؟

در یک خط از سامانه‌ی اتوبوس تندرو ۱۰ ایستگاه وجود دارد. آمار سوار و پیاده شدن مسافران برای حرکت اتوبوس

از جهت ایستگاه یک به ایستگاه ده به طور متوسط بر حسب تعداد مسافر بر ساعت مشابه جدول زیر است:

(برای مثال در ایستگاه ۶ در هر ساعت به طور متوسط ۲۱۹ نفر وارد ایستگاه شده و به سمت یکی از ایستگاه‌های ۷

تا ۱۰ می‌روند و ۳۶۴ نفر از کسانی که در ایستگاه‌های قبلی سوار اتوبوس شده‌اند در این ایستگاه خارج می‌شوند)

ایستگاه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
متوسط افرادی که در یک ساعت به ایستگاه وارد می‌شوند	۱۱۱	۴۳۱	۲۳۸	۳۰۲	۲۱۱	۲۱۹	۱۵۳	۱۰۵	۳۹	۰
متوسط افرادی که در یک ساعت از ایستگاه خارج می‌شوند	۰	۶۱	۴۹	۲۲۱	۱۷۲	۳۶۴	۱۸۶	۲۶۳	۳۰۷	۱۸۶

**الف)** در این خط، اگر هر ۵ دقیقه یک اتوبوس وارد ایستگاه شود، میانگین معطلی افراد در طول روز چقدر است؟

**ب)** اگر فرض کنیم اتوبوس‌ها به اندازه‌ی کافی ظرفیت دارند به طوری که هر مسافر می‌تواند سوار اولین اتوبوسی شود که وارد ایستگاه می‌شود، شلوغ‌ترین بخش مسیر در این خط بی‌آرتی بین کدام دو ایستگاه است؟ و تعداد مسافر در این بخش از مسیر چند نفر است؟

**پ)** اگر هر اتوبوس ۴۰ صندلی داشته باشد، در چند ایستگاه ممکن است مسافر بتواند بنشیند؟

**ت)** چقدر احتمال دارن یک مسافر بتواند در ایستگاه شماره ۶ روی صندلی بنشیند؟

**ث)** فرض کنید فاصله بین هر دو ایستگاه ۵ کیلومتر باشد و هر ۵ دقیقه یک اتوبوس وارد ایستگاه شود، در مجموع چند اتوبوس در این خط فعال اند.

**ج)** در تعطیلات عید تعداد مسافران کمتر از حالت معمول هستند و شهردار می‌خواهد کمترین تعداد اتوبوس را به کار گیرد. اگر شما جای شهردار بودید از چند اتوبوس با ظرفیت ۹۰ نفر استفاده می‌کردید؟

## **تکلیف سوم: بررسی یک اتفاق**

فرض کنید ظرفیت هر دستگاه اتوبوس خطوط تندرو برابر ۹۰ نفر باشد و هر پنج دقیقه یک بار یک اتوبوس از مبدأ حرکت کند. متقاضیان سوار شدن و پیاده شدن در هر ایستگاه در هر ساعت مشابه با جدول ارائه شده در تکلیف دوم است. اگر یکی از اتوبوس‌ها دچار مشکل شود، و حرکت نکند (یعنی حتی با تاخیر حرکت نکند)، سایر اتوبوس‌ها مطابق برنامه‌ی قبلی از مبدأ حرکت می‌کنند. مسئول خط بی‌آرتی از شما می‌خواهد بگویید بعد از طی کردن مسیر توسط چند اتوبوس شرایط به حالت اولیه بر می‌گردد؟

دقت کنید که این کل اطلاعات موجود است و ممکن است نیاز باشد فرضیاتی برای حل مسئله در نظر بگیرید. سعی کنید این فرضیات را به طور شفاف بگویید و از آن دفاع کنید.

## تکلیف چهارم: افزایش تعداد خطوط

یکی از امکان‌های مدیریت خطوط اتوبوس تندرو، این است که مقرر کنند برخی اتوبوس‌ها به جای این که کل خط را از ابتدا تا انتها بروند، تنها در قسمتی از خط رفت و برگشت کنند.

هدف آنان از چنین اقدامی، می‌تواند بهبود برخی کمیت‌ها باشد.

برای سادگی، فرض کنید خط اتوبوس تنها دارای سه ایستگاه ۱ و ۲ و ۳ است. جدول زیر تعداد مسافرانی را نشان می‌دهد که در یک ساعت وارد یک ایستگاه می‌شوند و مقصدشان ایستگاه دیگری است:

مقصد مبدأ	ایستگاه ۱	ایستگاه ۲	ایستگاه ۳
ایستگاه ۱		۷۵	۶۰
ایستگاه ۲	۴۵		۱۴۰
ایستگاه ۳	۵۰	۱۰۰	

در این خط تعدادی اتوبوس مشغول خدمت‌دهی هستند. به دلیل تعداد زیاد مسافران بین ایستگاه‌های ۲ و ۳، مسافران اتوبوس در بین این دو ایستگاه دارای تراکم زیادی است. مدیریت خط به منظور بهبود این وضعیت، راه حلی دارد و آن این است که تعدادی از اتوبوس‌ها را به طور اختصاصی به ایستگاه‌های ۲ و ۳ تخصیص دهد، یعنی این اتوبوس‌ها فقط بین ایستگاه‌های ۲ و ۳ رفت و برگشت کنند. شما به مدیریت در این امر کمک کنید و تعیین کنید که با توجه به جدول بالا، چه نسبتی از اتوبوس‌ها را باید به این امر اختصاص داد تا تراکم مسافران در داخل اتوبوس کمترین مقدار ممکن شود؟